



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -1$$

مدور المصفوفة 1 على
النظم $Mx = n$ هو n^1 ويكون
على النظم n^x
 $1 = n^1$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

المصفوفة المتماثلة :
مصفوفة مربعة حيث $n^1 = n^1$
تتلك العناصر حول القطر الرئيسي

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

المصفوفة شبه المتماثلة :
مصفوفة مربعة حيث $n^1 = -n^1$
عناصر القطر الرئيسي اصفار

جمع وطرح المصفوفات :

- تكون على نفس النظم
- التأخذ مصفوفة على نفس النظم
- تقوم بجمع العناصر المتناظرة

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$n^1 = n^1$$

ضرب المصفوفات
عملية في ابدالية

$$n^1 = n^1 + 1$$

جمع المصفوفات
عملية ابدالية

ضرب المصفوفات :

لا بد ان يكون : عدد اعمدة الاول = عدد صفوف الثانية

$$2 \times 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = 2 \times 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times 2 \times 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2-x^2+8x^2 & 9x^2+7x^2 \\ 2-x^2+8x^2 & 9x^2+7x^2 \\ 2-x^2+8x^2 & 9x^2+7x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

قوانين الجبر

أنواع المصفوفات

1- مصفوفة الصف : تحتوي على صف واحد
(5, 3, 1)

2- مصفوفة العمود : تحتوي على عمود واحد

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3- المصفوفة المربعة :

عدد الصفوف = عدد الأعمدة

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

4- المصفوف القطرية :

جميع عناصرها اصفار

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5- المصفوفة القطرية :

مصفوفة مربعة جميع عناصر

اصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(1, 2, 3)$$

6- مصفوفة الوحدة :

مصفوفة قطرية كل عناصر القطر الرئيسي 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

تساوي مصفوفتين :

- إذا كان لهما نفس النظم
- العناصر المتناظرة متساوية

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1=3, 2=2$$





حدد بالك:

- $\Delta \neq 0$ للمعادلتين حل وحيد، حيث $\Delta =$ صفر
- فإن المعادلات لها عدد لانهائي من الحلول أو ليس لها حل.
- حل المعادلات في 3 مجاهيد بنفس الطريقة السابقة

$$\frac{\Delta}{\Delta} = 1, \quad \frac{\Delta}{\Delta} = 0, \quad \frac{\Delta}{\Delta} = \infty$$

مساحة Δ باستخدام المحددات

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

لاحظ أن النقاط (س، ص، ع) على استقامة واحدة
نتبين أن:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

- إذا كانت Δ مصفوفة على النظم $n \times n$

$$\text{فإن: } |1| = |1| = 1$$

فمثلاً Δ مصفوفة على النظم 2×2 ، $|1| = 1$ فإن:

$$70 = 3 \times 20 = |1| \cdot 0 = 0$$

$$|1| = |1|$$

$$|1| \times |1| = |1|$$

المحددات

محدد الرتبة الثانية:

إذا كانت Δ مصفوفة على النظم 2×2 فإن
محدد Δ يرمز له $|1|$

$$|1| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

محدد الرتبة الثالثة:

يمكن فك محدد الطريقة الثالثة بدلالة أي صف أو عمود
ومحدداتها الصغرى باستخدام قانون الإشارة.

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

محدد المصفوفة المثلثة:

هي مصفوفة جميع عناصرها تحت القطر
الرئيسي (فوقه) أصفار
قيمتها = حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي

$$18 = 6 \times 3 \times 1 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

حل معادلتين في مجهولين بطريقة كرامر:

$$1s + 2v = 7, \quad 3s + 4v = 10$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \Delta, \quad \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = \Delta_1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = \Delta_2$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta} = s, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta} = v$$





➤ حل متباينة الدرجة الأولى
في متغيرين بيانياً:

١- نمثل معادلة المستقيم المرتبطة

بالمتباينة:

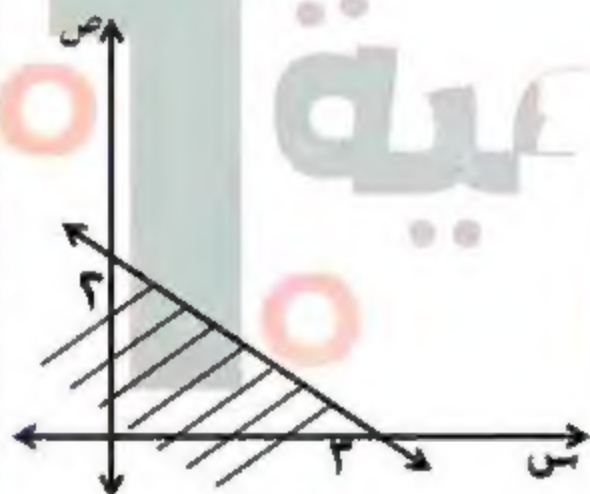
بخط متصل	في حالة علامة التباين (\geq , \leq)
بخط منقطع	في حالة علامة التباين ($>$, $<$)

٢- نحدد نصف المستوى الذي تقع فيه

منطقة الحل ، وذلك بأخذ نقطة الأصل (٠،٠)

كنقطة لاغتهار، ونعوض بها في المتباينة.

$$2x + 3y \geq 6$$



الجدول

$$2x + 3y = 6$$

3	0	س
0	2	ص

النقطة (٠،٠) تحقق المتباينة لأن: صفر > ٦

م. خ = المستقيم لا نصف المستوى التي ينتمي

اليها (٠،٠) [المنطقة المظلمة]

كيفية إيجاد المعكوس الضربي للمصفوفة:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = A \text{ إذا كانت}$$

فإن المعكوس الضربي للمصفوفة A هو

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\Delta} = A^{-1}$$

عندها محدد المصفوفة $\Delta \neq 0$ صفر

$$I = 1 \times 1 = 1 \times 1$$

تبدل عناصر القطر الرئيسى بتغيير
إشارة القطر الآخر

حل معادلتين في مجهولين باستخدام

المعكوس الضربي للمصفوفة

$$As + b = c, \quad 2s + 3y = 6$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = A, \quad \begin{pmatrix} s \\ y \end{pmatrix} = X, \quad \begin{pmatrix} c \\ 6 \end{pmatrix} = B$$

المصفوفة المجهولين المعادلات

$$As = c - b \rightarrow s = A^{-1}(c - b)$$

جد بالك

$$s = A^{-1}(c - b)$$

إذا كان محدد المصفوفة $\Delta = 0$ صفر

فإن المصفوفة

ليس لها معكوس ضربي

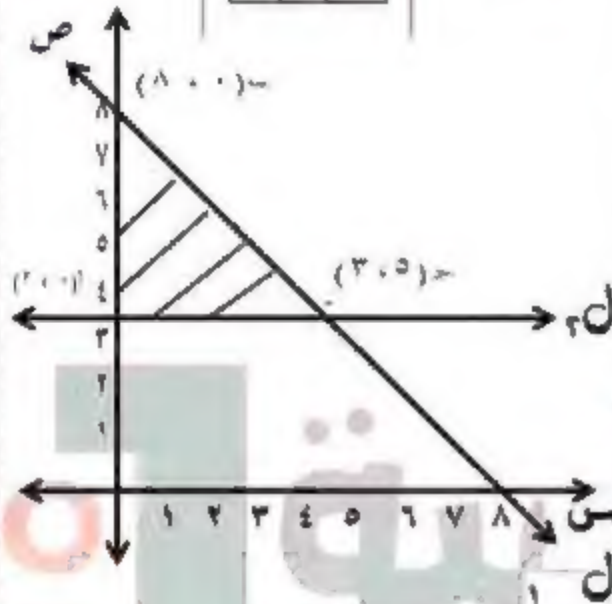
تسلم ليكره لي لما قهرته له طوي
ابا باول خطوه خه طريق قلعه تمفيه
كمل فيه معارك حتى لو كسرت ناس تانيين
اختر مكان حامت به وخط نفسك فيه





الادلة

$3 = 3$	$8 = 3 + 5$	$0 = 3$
$0 = 3$	$0 = 3$	$0 = 3$



الادلة

عند النقطة أ (3, 0)

$$7 = 3 \times 2 + 0 \times 2 = 6$$

عند النقطة ب (0, 4)

$$16 = 8 \times 2 + 0 \times 2 = 16$$

عند النقطة ج (3, 5)

$$21 = 3 \times 2 + 5 \times 2 = 16$$

∴ النقطة (3, 5) تجعل الدالة قيمة عظمى

، النقطة (3, 0) تجعل الدالة قيمة صغرى

الوصول للنجاح
لا يتحقق بالفقر
بل يتحقق
بالخطوات الصغيرة
البسيطة المستدامة



١- المعادلة: $3 = 3$
تمثل بيانا بمحور السينات

٢- المعادلة: $3 = 3$
تمثل بيانا بمحور الصادات

٣- المعادلة: $3 = 3$
تمثل بيانا بمستقيم يوازي محور
الصادات ويمر بالنقطة (0, 1)

٤- المعادلة: $3 = 3$
تمثل بيانا بمستقيم يوازي محور
السينات ويمر بالنقطة (3, 0)

البرمجة الخطية

نمثل المتباينات بحيث نحصل على
منطقة مضلعة (مجموعة الحل)
ثم نعوض برؤوس المنطقة المضلعة
في دالة الهدف لنحدد أكبر وأصغر
قيمة لدالة الهدف.

باستخدام البرمجة الخطية . اوجد قيمتي
 $3 = 3$ ، $3 = 3$ التي تجعل الدالة
قيمة عظمى ثم قيمة صغرى تحت القيود:

$$3 \leq 3 , 3 \leq 3$$

$$3 + 3 \geq 3 , 3 \leq 3$$

الحل في الحنب الثاني





الحل العام للمعادلة المثلثية:

إذا كانت α أصغر قياس موجب يحقق
المعادلة، $\theta \Rightarrow \theta + \pi$ فإن:

الحل العام للمعادلة $\sin \theta = 1$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + (\alpha - \pi)$$

الحل العام للمعادلة $\sin \theta = -1$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + \alpha$$

الحل العام للمعادلة $\cos \theta = 1$

$$\theta = 0 + \alpha$$

حل المثلث القائم الزاوية:

المقصود بحل Δ القائم هو معرفة أطوال
أضلاعه وقياسات زواياه المجهولة.

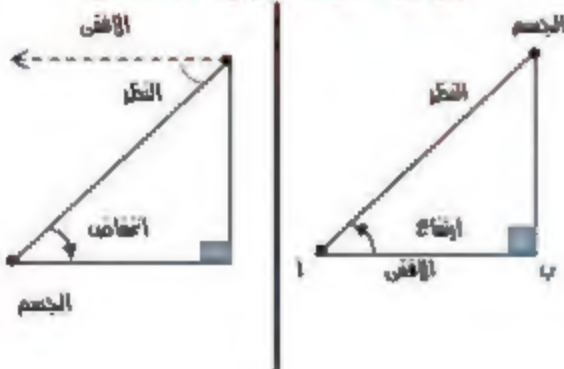
خلى بالك:

لحل Δ القائم الزاوية يلزم معرفة:

طول ضلعين فيه

أو طول ضلع وقياس زاوية

زوايا الارتفاع والانخفاض:



قوانين حساب المثلثات

المتطابقات المثلثية:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = -\cos 2\theta$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta - \sec^2 \theta = -1$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\cot^2 \theta - \csc^2 \theta = -1$$

عند الإثبات يفضل كتابة المقادير بدلالة:

$\sin \theta$ ، $\cos \theta$ فقط

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

$$\frac{\tan \theta}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$\frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$$





القطعة الدائرية:

هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس فيها
ووتر مار بنهايتي ذلك القوس



محيط القطعة الدائرية = طول القوس + طول الوتر

$$\text{مساحة القطعة الدائرية} = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin \theta) \quad \begin{matrix} \text{دائري} & \text{مترين} \end{matrix}$$

المساحات

أولاً: مساحة المثلث:



$$1- \Delta \text{ ا ب ح}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع اناظر لها}$$

$$2- \Delta \text{ ا ب ح}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب ضلعين} \times \text{جيب الزاوية بينهما}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ا} \times \text{ب} \times \sin \text{ح} \quad \text{ا ب ح}$$

$$3- \text{قاعدة هرون: } \Delta = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a-b+c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

$$\Delta \text{ ا ب ح} = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a-b+c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

4- مساحة المثلث المتساوي الاضلاع

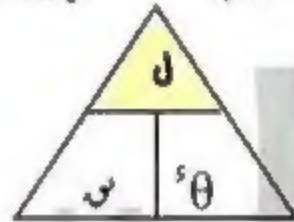
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{جانب}^2 \quad \text{حيث س طول ضلعه}$$

القطاع الدائري:

هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس
وينصف القطرين اطارين بطرفي القوس



$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\text{قياس زاوية القطاع}}{\text{قياس الدائرة}}$$



$$\text{محيط القطاع} = \text{ا} + \text{ب} + \text{س}$$

$$\text{مساحة القطاع}$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \theta \quad \begin{matrix} \text{دائري} & \text{مترين} \end{matrix}$$

$$= \frac{\pi}{180} \times \theta \times \text{ا} \times \text{ب} \times \sin \text{ح}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ا} \times \text{ب} \times \sin \text{ح}$$

$$\text{للتحويل من } \theta^\circ \text{ الى } \theta^\circ \times \frac{\pi}{180}$$

$$\text{للتحويل من } \theta^\circ \text{ الى } \theta^\circ \times \frac{180}{\pi}$$





قوانين الهندسة

القطعة المستقيمة الموجهة :

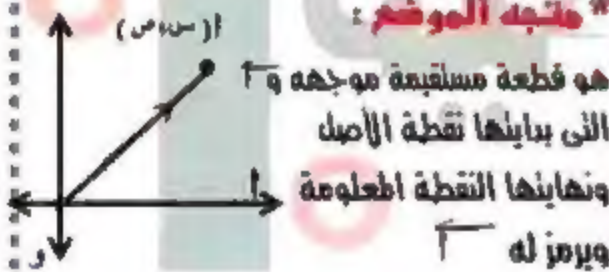
هي قطعة مستقيمة لها نقطة بداية ونقطة نهاية ولها اتجاه ويرمز لها \overrightarrow{AB}



• تكافؤ قطعتين مستقيمتين موجهتين إذا كان:

- ١- لهما نفس الطول (الطعيار)
- ٢- لهما نفس الاتجاه

* متجه الموضع :



◀ إذا كان: $\vec{A} = (a, b)$ فإن :

١- معيار المتجه :

$$||\vec{A}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

٢- بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين :

$$\vec{A} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2$$

٣- الصورة القطبية للمتجه \vec{A} هي :

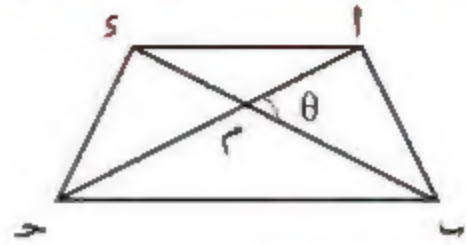
$$(\vec{A} || \vec{e}_1, \theta) \leftarrow (\text{معيار, زاوية})$$

$$\theta = \frac{b}{a}$$

٤- الصورة الإحداثية للمتجه \vec{A} هي :

$$(\vec{A} || \vec{e}_1, \theta, \vec{A} || \vec{e}_2, \theta)$$

ثانياً: مساحة الشكل الرباعي :



مساحة الشكل الرباعي =

$$\frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طول قطريه} \times \text{جيب الزاوية بينهما}$$

مساحة الشكل $ABCD =$

$$\frac{1}{2} \times a \times c \times \sin \theta$$

$$= 9. \text{ جا } \theta$$

$$\therefore \text{مساحة المربع} = \frac{1}{2} \times \text{مربع طول قطريه}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طول قطريه}$$

ثالثاً: مساحة الموضع المنتظم:

المضلع المنتظم =

$$\frac{1}{4} \times n \times \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right)$$

$n \leftarrow$ عدد الأضلاع

$\sin \leftarrow$ طول الضلع

وعند حل المسائل من الأفضل أن تستخدم

$$\frac{1}{4} \times n \times \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \frac{180}{n}$$

مساحة السداسي المنتظم =

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \times s^2$$





طرح المتجهات هندسياً:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

• إذا كانت \vec{a} (س، ص)، \vec{b} (س، ص) :

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

في الجهد نهاية (أ) - نهاية (ب) = في الجهد

في الجهد تكون هي البداية

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

• إذا كان $\vec{a} = \vec{b}$ فإن $\vec{a} // \vec{b}$

$$||\vec{a}|| = ||\vec{b}|| \Rightarrow \vec{a} = \vec{b}$$

$$\vec{a} = (\text{س} - \text{ص}) \Rightarrow \vec{a} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$$

* إيجاد نقطة منتصف \vec{a} (س، ص)

$$\vec{a} = (\text{س}، \text{ص})$$

$$\text{منتصف } \vec{a} = \left(\frac{\text{س} + \text{ص}}{2}, \frac{\text{ص} + \text{ص}}{2} \right)$$

* تقسيم قطعة مستقيمة

إذا كانت \vec{a} (س، ص)، \vec{b} (س، ص)

وكانت \vec{c} (س، ص) نقسم \vec{a} بنسبة

$$\vec{c} : \vec{a} = 1 : 2$$

$$\vec{c} = \frac{\text{س} \cdot 1 + \text{ص} \cdot 2}{1 + 2}$$

$$\vec{c} = \frac{\text{س} \cdot 1 + \text{ص} \cdot 2}{1 + 2}$$

$$\vec{c} = \frac{\text{ص} \cdot 1 + \text{ص} \cdot 2}{1 + 2}$$

إذا كان التقسيم من الخارج نأخذ $\vec{c} : \vec{a} = 1 : 2$ سالبة واحدة فقط

متجه الوحدة:

هو متجه معياره = الواحد الصحيح

المتجه الصفري:

هو متجه معياره = صفر ويرمز له $\vec{0}$

جمع المتجهات جبرياً:

$$\vec{a} = (\text{س}، \text{ص}) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (\text{س} + \text{ص}، \text{ص} + \text{ص})$$

شرط توازي متجهين:

$$\vec{a} = (\text{س}، \text{ص}) \Rightarrow \vec{b} = (\text{س}، \text{ص})$$

الطرفي الوسطي

$$\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} \Rightarrow \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$$

شرط تعامدهما:

$$\vec{a} = (\text{س}، \text{ص}) \Rightarrow \vec{b} = (\text{س}، \text{ص})$$

$$1 - 2 = 2 \times 1$$

جمع المتجهات هندسياً:

1- قاعدة المثلث (علاقة شال)

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

2- قاعدة متوازي الأضلاع

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

حيث \vec{a} منقسم في \vec{a} و \vec{b}





الخط أن :

إذا كان ميل المستقيم $\frac{1}{a}$ فإن :

- ميل المماس له هو $\frac{1}{a}$
- ميل العمودي عليه هو $-\frac{1}{a}$

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم :

١- المعادلة العامة للمستقيم هو :

$$ax + by + c = 0$$

٢- معادلة المستقيم بدلالة الميل (م) :

والجزء المقطوع من الصادات (ص)

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

٣- معادلة المستقيم بمعلومية نقطتين

تقاطعه مع محور السينات :

$$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0)$$

الجزء المقطوع من السينات x_0 والجزء المقطوع من الصادات y_0

٤- المعادلة المتجهة

$$\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$$

أي أن :

$$(x, y) = (x_0, y_0) + \lambda (a, b)$$

٥- المعادلتان البارامتريتان (الوسيطيتان)

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \lambda$$

٦- المعادلة الكارتيزية (الصورة العامة)

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \lambda$$

النقطة الخارجة عن المنطقة

النقطة التي تقسم بها \vec{AB} محور

السينات هي (س، ص) نضع $s =$

النقطة التي تقسم بها \vec{AB} محور

الصادات هي (س، ص) نضع $s =$

إحداثي نقطة تلاقي متوسطات ΔABC :

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

$$m = \frac{\text{مجموع السينات}}{\text{مجموع الصادات}} = \frac{\sum x_i}{\sum y_i}$$

ميل الخط المستقيم :

(١) يمر النقطتين (س، ص) و (س، ص)

$$m = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{2 - 0} = 1$$

$$(2) m = \tan \theta$$

(٣) الذي معادلته $ax + by + c = 0$

$$m = -\frac{\text{معامل ص}}{\text{معامل س}} = -\frac{b}{a}$$

(٤) الذي معادلته $ax + by + c = 0$

$$m = -\frac{b}{a}$$

(٥) الذي متجه اتجاهه \vec{a} و \vec{b}

$$m = \frac{a_y}{a_x} = \frac{b_y}{b_x}$$





◀ المعادلة العامة للخط المستقيم الحار بنقطة
تقاطع المستقيمين :

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

ومر بالنقطة (S_1, S_2) هي :

$$A_1S_1 + B_1S_2 + C_1 = 0 \quad A_2S_1 + B_2S_2 + C_2 = 0$$

ومنها نوجد قيمة k

◀ طريقة أخرى وهي :

إيجاد نقطة تقاطع المستقيمان عن طريق
حل المعادلتين جبرياً (طريقة الحذف) ثم
إيجاد معادلة المستقيم عن طريق نقطة
التقاطع والنقطة التي يمر بها المستقيم

قياس الزاوية بين مستقيمين θ

$$\theta = \left| \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} \right| \quad \text{حيث } \theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$$

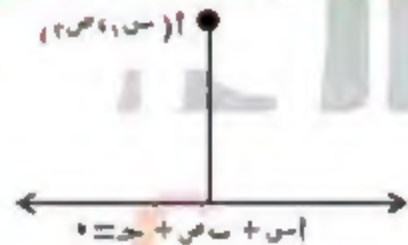
إذا كانت $\theta = 0$



◀ لإيجاد الزاوية المنفرجة :

نوجد الحادة ثم نطرح من 180°

◀ طول العمود المرسوم من نقطة إلى خط مستقيم :



$$d = \frac{|A_1S_1 + B_1S_2 + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

طول العمود المرسوم من نقطة الأصل $(0, 0)$ هي :

$$d = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

◀ طول العمود المرسوم من نقطة (S_1, S_2) على :

• محور السينات $= |S_1|$

• محور الصادات $= |S_2|$

خذ من اليوم عبيرة ..

وخذ من الأمس تجربة ..

الدنيا مسائل حسابية .. اطرح

منها التعب والشقاء .. واجمع لها

الحب والوفاء .. واترك الباقي

لرب السماء .. إذا سجدت

فأخبره بأسرارك .. ولا تسمع من

يجوارك .. وتواجه بدمع عينك

فهو للقلب مالك .. لا تقل من أين

أبدأ .. طاعة الله البداية ..

لا تقل أين طريقي .. شرع الله

الهداية .. لا تقل أين نعيمي ..

جنة الله كفاية .. لا تقل غدا

سأبدأ .. وبما تأتي النهاية ..

الدنيا مسائل حسابية



تلخیص قوانین الهندسة - اولی ثانوی - ترم ۱

* ب ج = ج ب - ب
س هه = هه - س
(النهاية - المدايه)

ج اذا كان $\frac{ل د}{ل د} < هفر$ (موجبة)
ت التقسيم من الداخل

ج اذا كان $\frac{ل د}{ل د} > هفر$ (سالبة)
ت التقسيم من الخارج

$\frac{ل د}{ل د} =$ لنسبة التقسيم (ل د : ل د)

مجاذاي نقطه المنتصف بين
 $\vec{P} = (س, هه)$ و $\vec{B} = (ب, ج)$
هي $(\frac{مجموع السينات}{2}, \frac{مجموع الصادات}{2})$

ج المثلث الذي رؤوسه ب, ج, د
يكون احدى نقطه تعلق
متوسطاته (م) هي

$(\frac{س + هه + ل د}{3}, \frac{ب + ج + د}{3})$
(مجموع السينات / 3, مجموع الصادات / 3)

ج ميل محور السينات وای مستقيم
يوازيه = $\boxed{\text{صفر}}$

ج ميل محور الصادات وای مستقيم
يوازيه = $\boxed{\text{غير معرف}}$

ج اذا كانت الصورة القطبية للمتجه
هي $(\vec{P} || \theta)$ (معيار, زاوية)
فان
الصورة الاحداثيه هي (س, هه)

ب = $\vec{P} || ج هه$
هه = $\vec{P} || د ج هه$

ج شرط توازي متجهين :-

ل د ميل = هه ميل
 $\vec{P} = (س, هه)$ و $\vec{B} = (ب, ج)$
متوازيان

$$\frac{س}{ب} = \frac{هه}{ج} \Rightarrow \frac{س}{ب} - \frac{هه}{ج} = 0$$

ج شرط تعامد متجهين :-

ل د ميل \times هه ميل = -1
 $\vec{P} = (س, هه)$ و $\vec{B} = (ب, ج)$
متعامدان

$$\frac{س}{ب} = \frac{هه}{ج} \Rightarrow \frac{س}{ب} \times \frac{هه}{ج} = -1$$

$$\boxed{\vec{P} = س ب + هه ج = هفر}$$

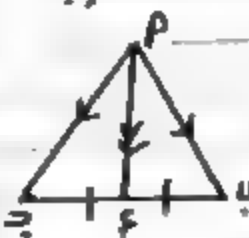
ج في $\triangle PAB$ يكون

$$\vec{P} = \vec{B} + \vec{A} - \vec{B} = \vec{A}$$

$$\vec{P} = \vec{B} + \vec{A} - \vec{B} = \vec{A}$$

و (المتجه المعرف)

ج اذا كان P متوسط $\triangle PAB$



$$\vec{P} = \vec{B} + \vec{A} - \vec{B} = \vec{A}$$

معادلة المستقيم الذي يقطع جزء
طوله P من محور السينات
و جزء طوله B من محور
الصادات

$$1 = \frac{P}{B} + \frac{S}{P}$$

معادلة محور السينات $0 = S$
معادلة محور الصادات $0 = P$

مع ميل المستقيم المار بالنقطتين
 $P (P, S)$ و $B (B, P)$
الميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{P - S}{B - P}$

لايجاد النقطتين التي يقيم بها محور
السينات قطعة مستقيمة
نضع $(S = P)$ بفر
محور الصادات نضع $(S = P)$ بفر

مع ميل المستقيم الذي متجه اتجاهه
في (P, S) الميل = $\frac{P}{S}$
في (B, P)

في الصورة العامة للمعادلة

$$S + B + P = 0$$

مع متجه الاتجاه العمودي على
المستقيم الذي ميله $\frac{S}{P}$ هو $(S, -P)$

مع ميل المستقيم الذي معادلتها $S + B + P = 0$
معامل S = $-P$
معامل P = S

في الصورة المتجهه للمستقيم المار
بالنقطة $P (P, S)$ ومتجه
الاتجاه (P, S)
في $S = P + K$
في $S = (P, S) + K (P, S)$

في الزاوية θ بين مستقيمين لهما

$$\text{ظا } \theta = \left| \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right|$$

في صورتان الوسيطيات

(البارامترية) هي

$$S = P + K$$

$$S = P + K$$

في طول العمود المرسوم من النقطة على

$$L = \frac{|S + B + P|}{\sqrt{B^2 + P^2}}$$

في المعادلات العامة (الكارتيزية)
للمستقيم المار بـ (P, S)
ومتجه الاتجاه (P, S)

في طول العمود المرسوم من النقطة (P, S)
على محور السينات = $|S|$
على محور الصادات = $|P|$

$$\frac{P}{S} = \frac{P}{S}$$

في ميل المستقيم الذي يصنع زاوية θ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات $\theta = \theta$

فلاحيص قوانين الجبر **اولى ثانوى - ترم (2)**

في أنواع المصفوفات

- * المربعة :- عدد الصفوف = عدد الأعمدة
- * المصفوفة الصف :- تحتوي على صفوف واحد
- * المصفوفة العمود :- تحتوي على عمود واحد
- * المصفوفة الصفيرية أو المستطيلة ☐ جميع عناصرها أصفار

- * المصفوفة القطرية :-
- مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار
- صاعدا الأفكار الرئيس - ()
- * مصفوفة الواحد :- (I)
- مصفوفة قطرية كل عناصرها الرئيس = واحد

في تساوي مصفوفتين لشرطين
 1. لهما نفس النظم
 2. عناصرها المتناظرة متساوية

* مدور المصفوفة (مد)
 م على النظم $m \times n$
 خا م مد على النظم $n \times m$
 $(M)^{md} = M$

- * المصفوفة المقلبة
- مصفوفة مربعة $(M^{-1} = M)$
- * المصفوفة شبه متماثلة
- مصفوفة مربعة $(M^{-1} = M)$

* شرط جمع وطرح مصفوفتين
 يكون لهما نفس النظم

* لشرط ضرب مصفوفتين
 (عدد أعمد الأول = عدد صفوف الثانية)

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

المصفوفة الناتجة هي على النظم 2×3
 * $(P \times B)^{md} = B^{md} \times P^{md}$
 * $(P + B)^{md} = P^{md} + B^{md}$

* حل معادلتين بطريقة كرامر

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \Delta = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \Delta = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \Delta = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$$

$$\frac{1 \times 4 - 2 \times 3}{-2} = \frac{1 \times 4 - 2 \times 3}{-2} = \frac{1 \times 4 - 2 \times 3}{-2}$$

* حل المعادلتين بطريقة المصفوفات
 (المعكوس المتري)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

قلعيص قواسم حساب مثلثات - اول ثانوى

صحيحة القذاعة = ل + طول الوتر
 للتحويل من لى الى دامرى
 فنقرب $(\frac{\pi}{180} \times)$
 للتحويل من دامرى الى لى
 فنقرب $(\frac{180}{\pi} \times)$

لايجاد مساحة القطاع الأكبر
 ذكوة زاويتها $(\theta - 360)$

مساحة المثلث :-
 $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعين \times جا الزاوية
 المحصورة بينهما
 $\frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ج}$

قاعدة هيرون :-
 اذا كان $\text{ج} = \text{ب} + \text{ب} + \text{ب}$

مساحة الشكل الرباعي المحذب
 $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين \times جا الزاوية المحصورة

مساحة الشكل المنتظم
 $\frac{1}{4} \times \text{ن} \times \text{س} \times \text{ط} \times \text{ن}$

ن = عدد الاضلاع ، س = طول الضلع
 مساحة Δ متاوى الاضلاع = $\frac{\text{ب} \times \text{س}}{2}$

مساحة السداسى المنتظم = $\frac{\text{ب} \times \text{س}}{2}$

مستطابقات مثلثية :-

$$\begin{aligned} \text{جا}^2 \theta + \text{جنا}^2 \theta &= 1 \\ \text{جا}^2 \theta - \text{جنا}^2 \theta &= 1 \\ \text{جنا}^2 \theta - \text{جا}^2 \theta &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + \text{ظا}^2 \theta &= \text{قنا}^2 \theta \\ \text{ظا}^2 \theta - \text{قنا}^2 \theta &= 1 \\ \text{ظا}^2 \theta - \text{قنا}^2 \theta &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 + \text{ظنا}^2 \theta &= \text{قنا}^2 \theta \\ \text{ظنا}^2 \theta - \text{قنا}^2 \theta &= 1 \\ \text{ظنا}^2 \theta - \text{قنا}^2 \theta &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{جا}^2 \theta}{\text{جنا}^2 \theta} &= \frac{\text{ظا}^2 \theta}{\text{قنا}^2 \theta} \\ \frac{1}{\text{جا}^2 \theta} &= \frac{1}{\text{قنا}^2 \theta} \end{aligned}$$

مساحة القطاع الدائرى :-

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{ن} &= \\ \frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{ن} &= \\ \frac{\text{س}^2}{360} \times \text{مساحة الدائرة} &= (\text{ن} \times \text{ل}) \end{aligned}$$

محيط القطاع = $2 \times \text{ن} + \text{ل}$

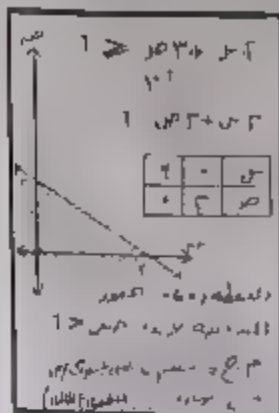
$$\theta = \frac{\text{ل}}{\text{ن}}$$

مساحة القطاع الدائرى :-

$$\frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{ن} \times (\theta - \text{جا}^2 \theta)$$

قوانين الجبر

ات. ترم شای



حل خطی برای معادله درجه اولی تغییر می نماید.

① فرض کنید معادله $ax + by = c$ را داشته باشیم.

خطوط متوازی: $a_1x + b_1y = c_1$ و $a_2x + b_2y = c_2$ اگر $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ باشد، خطوط موازی هستند و هیچ نقطه اشتراکی ندارند.

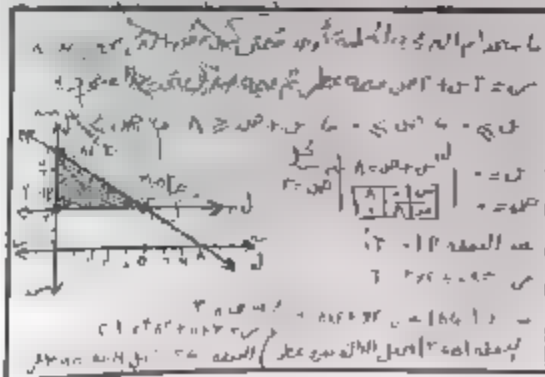
② اگر $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ باشد، خطوط همپوشان هستند و بی نهایت نقطه اشتراک دارند.

③ اگر $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ باشد، خطوط قطع می کنند و یک نقطه اشتراک دارند.

④ معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید.

⑤ معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید. اگر a, b, c اعداد صحیح باشند، معادله دارای جواب صحیح است.

⑥ معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید. اگر a, b, c اعداد صحیح باشند، معادله دارای جواب صحیح است.



⑦ معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید. اگر a, b, c اعداد صحیح باشند، معادله دارای جواب صحیح است.

⑧ معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید. اگر a, b, c اعداد صحیح باشند، معادله دارای جواب صحیح است.

قوانين الجبر

ان نرى ثانياً

أنواع المصفوفات

⑤ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة جميع

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑥ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑦ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑧ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑨ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑩ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑪ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑫ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑬ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑭ المصفوفة المربعة:

صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑮ المصفوفة المربعة:

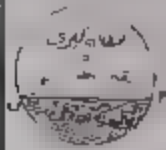
صورة مربعة مع كل

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة هي $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

قوانين حساب المثلثات

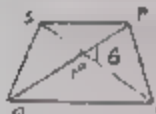
ان تسمى



المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} r s$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} r^2 \theta$ (حيث θ بالدرجات)
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} r^2 \sin \theta$ (حيث θ بالدرجات)

المساحات

أولاً: مساحة المثلث:



المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} b h$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a b \sin C$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a c \sin B$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} b c \sin A$



المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a b \sin C$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a c \sin B$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} b c \sin A$

ثانياً: مساحة المثلث:

المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a b \sin C$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} a c \sin B$
 المساحة Δ المثلثية = $\frac{1}{2} b c \sin A$

الحل العام للمعادلات التثلثية

لتروا يا الربعية

٧

الحل العام	المعادلة
$n\pi = \theta$	ح $\theta = 0$
$n\pi + \frac{\pi}{2} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{4} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{6} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{3} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{2} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{4} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{3} = \theta$	ح $\theta = 1$
$n\pi + \frac{\pi}{2} = \theta$	ح $\theta = 1$

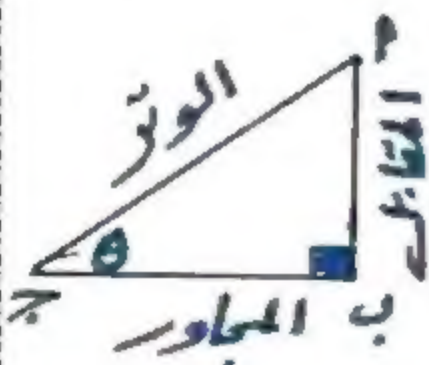
ر
م
ج
ر

٨ إذا كانت β أخفى قياس معيّن يحقق المعادلة $\theta = \beta$ فيام

١ الحل العام \leftarrow ح $\theta = \beta$ هو $n\pi + \beta = \theta$

٢ الحل العام \leftarrow ح $\theta = \beta$ هو $n\pi + \beta \pm \pi = \theta$

٣ الحل العام \leftarrow ظ $\theta = \beta$ هو $n\pi + \beta = \theta$

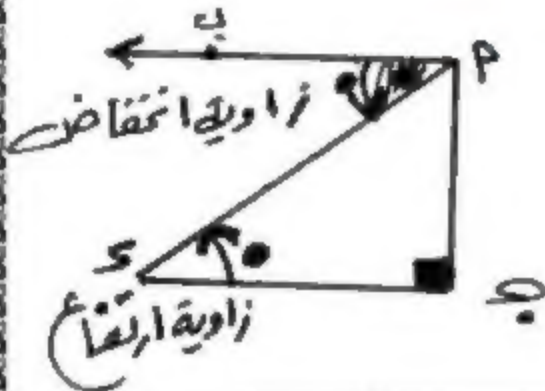


١ ح $\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

٢ ح $\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

٣ ظ $\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

١٠. زوايا الارتفاع والارتفاع



$$(\hat{SP})N = (\hat{PN})N$$

١١

$$\begin{aligned} &\leftarrow \frac{1}{r} \text{ لـ } \text{نصف} \\ &\leftarrow \frac{1}{r} \text{ هـ } \text{نصف} \\ &\leftarrow \frac{\pi \times \text{نصف}}{360} \end{aligned}$$

مساحة القطاع الدائري

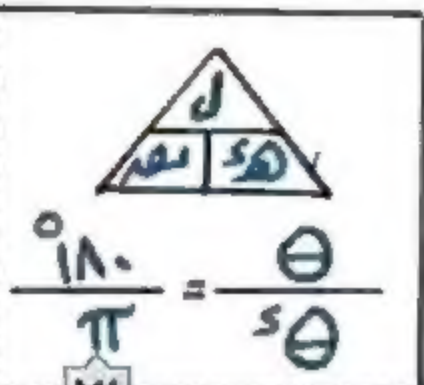
محيط القطاع = $2\pi r$



١٢

مساحة القطعة الدائرية
 $\frac{1}{2} \text{ نصف} (\theta - \phi)$

θ ← دائري
 θ ← قمتين
 s ← ارتفاع القطع بصغرى

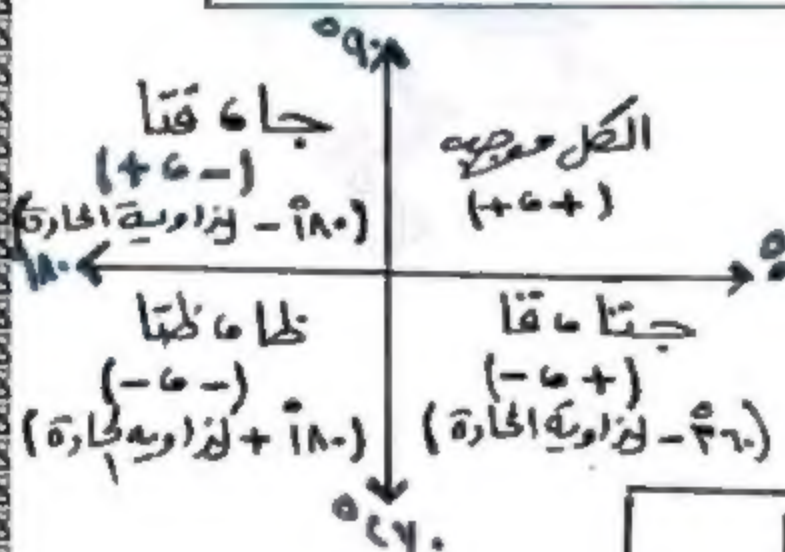


تلخيص حساب مثلثات

$$\begin{aligned} \text{III} \quad \text{حَئَا} + \text{حَا} = 1 & \quad \leftarrow 1 - \text{حَا} = \text{جَا} \\ & \quad \leftarrow 1 - \text{حَا} = \text{حَا} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad 1 + \text{ظَا} &= \text{قَا} \quad \leftarrow \text{قَا} - \text{ظَا} = 1 \\ \text{III} \quad 1 + \text{ظَا} &= \text{قَا} \quad \leftarrow \text{قَا} - \text{ظَا} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \text{قَا} &= \frac{1}{\text{حَا}} \\ \text{II} \quad \text{قَا} &= \frac{1}{\text{حَا}} \\ \text{III} \quad \text{حَا} &= \frac{1}{\text{ظَا}} = \frac{1}{\text{ظَا}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1 &\geq \text{جَا} \geq 1 \\ 1 &\geq \text{جَا} \geq 1 \end{aligned}$$